Rechnen mit Temperamenten!

Adolf Fischer

Rechnen wird allgemein als eine von Seelenregungen unabhängige Tätigkeit angesehen. Es steht jenseits jeder Willkür oder Freiheit; es ist ohne subjektive Färbung, ohne Beteiligung von Empfindung, kurz: etwas Objektives, von allen gleichermaßen nachvollziehbar. Bei Rechenweg und Ergebnis kann allenfalls zwischen richtig oder falsch unterschieden werden nach festen, verlässlichen Regeln.

Beobachtet man aber eine Unterstufenklasse in der Rechenstunde, so hat man einen völlig anderen Eindruck: Geradezu fieberhafte innere Beteiligung bei den meisten Kindern und nur einige wenige, die etwas stiller oder blasser sich scheu zurückhalten. Rechnen lässt jedenfalls nicht gleichgültig und fordert seelische Reaktion heraus!

Die Rechentätigkeit selbst gründet sich dabei auf aktive Willensbetätigung und die mit ihr verbundenen Wahrnehmungsbereiche. In der Sinneslehre[1] Rudolf Steiners sind dies (von insgesamt zwölf unterscheidbaren Aspekten der Sinneswahrnehmung) die vier »unteren« Sinne, die sich besonders auf den eigenen Leib richten: Tasten, Eigenbefindlichkeit (= »Lebenssinn«), Eigenbewegung, Gleichgewicht. Dadurch ist das Rechnen unmittelbar mit unserer leiblich-seelischen Konstitution verbunden, und der Rechenunterricht greift daher auf jeden Fall in die leiblich-seelische Entwicklung der Kinder ein.

Der Lehrer wird also die Entwicklung seiner Kinder aufmerksam begleiten und sich deren Konstitution innerlich vertraut machen. Darüber hinaus muss er aber auch die verschiedenen Rechenarten genügend genau kennen lernen, damit er ihre unterschiedliche Wirkung auf die Kinder differenzierend einsetzen kann: »Der Unterrichtsstoff wird seiner wissenschaftlichen Form entkleidet und so an das Kind herangebracht, dass aus diesem überall … die auf die Entwickelung bereitenden Kräfte herausgeholt werden.«[2]

So kann ein wirklich gesunder und die Kinder stärkender Rechenunterricht entstehen, der aus der Bindung an die leiblich-seelische Konstitution hin zu freier Vielfalt im Seelischen führt: »Wir müssen Seelisches unterrichten im Rechnen.«[3]

Dazu bedarf es natürlich auch des vollen Spektrums aller Grundrechenarten und einer entsprechenden Vielfalt bildhafter Aspekte und Zugänge zu ihnen. Bereits für die erste Klasse gilt daher: »Wir werden diese vier Rechnungsarten womöglich nicht allzu langsam nacheinander durchnehmen, … so, dass durch das Üben diese vier Arten fast gleichzeitig angeeignet werden. Sie werden finden, dass es auf diese Weise sehr ökonomisch geht, und dass man die Kinder die Dinge ineinander arbeiten lassen kann.«[4]

Vor der Eröffnung der ersten Waldorfschule im Sommer 1919, als Steiner durch Vorträge und Seminare die künftigen Lehrer in Grundlagen, Methodik und Didaktik der zu verwirklichenden Waldorf-Pädagogik einführte, klang diese Aufforderung für damalige Voraussetzungen noch recht ungewöhnlich.

Rechenarten und Temperamente

Der Lehrer kann durchaus wahrnehmen, dass einzelne Kinder voneinander abweichende Neigungen zu den verschiedenen Rechenarten zeigen oder sich unterschiedlich stark angesprochen fühlen. Da entdeckt er:

– gemütvolle Addierer, die geduldig ganze Ketten von Summanden zusammenzählen, oft ein ganzes Blatt als Hausaufgabe;
– gewissenhafte Subtrahierer, denen am Ende immer weniger blieb, als ihnen anfangs zustand;
– fröhliche Multiplizierer, die zwar nicht immer sicher treffen, dafür aber schon mal mit 10 x 10 = 100 prahlen;
– energische Dividierer, die nicht davor zurückschrecken, zwei ganze Äpfel an vier Kinder zu verteilen.

In den oben genannten Kursen lenkte Steiner den Blick der Klassenlehrer (besonders in den ersten zwei bis drei Klassenstufen) auf dieses Phänomen und machte sie darauf aufmerksam, dass die einzelnen Rechenarten unterschiedliche Affinitäten zu den verschiedenen Temperamenten auslösen: »Auf diese Weise … bekomme ich gerade für die vier Rechenarten die Möglichkeit für die Heranziehung der vier Temperamente: das Additive ist verwandt dem Phlegmatischen, das Subtrahieren dem Melancholischen, das Multiplizieren dem Sanguinischen, das Dividieren, mit dem Zurückgehen zu dem Dividenden[5], dem Cholerischen.«[6]

Steiner schlägt also einen »homöopathischen« Weg ein. Er verlangt einem phlegmatischen Kinde nicht sofort die Aufgaben ab, die dem Choleriker besonders leicht fallen. Das »Fehlende« soll nicht einfach antrainiert werden, oder die Einseitigkeit mit dem Gegenteil vordergründig »therapiert« werden. Nein, sondern es sollen die besonderen Befähigungen der einzelnen Temperamente gezielt eingesetzt werden, damit die Kinder mit und an ihren Besonderheiten wachsen können:[7] »… wenn man einem Temperament dadurch beikommen will, dass man gewissermaßen die entgegengesetzten Eigenschaften beim Kinde pflegt [oder] wenn wir das dadurch dressieren wollen, dass wir ihm … seine Eigenschaften austreiben wollen, werden wir es schlecht behandeln. Worum es sich handelt, ist, dass wir gerade auf das Temperament eingehen, ihm entgegenkommen, dass wir möglichst … dem Hang, den es hat, entgegenkommen.«[8]

Dennoch hat der Lehrer den Auftrag, das Kind nicht nur wohlig in seiner eigenen vertrauten Empfindungswelt zu belassen, sondern auf neue Aspekte aufmerksam zu machen, in dem er jede Aufgabe vom Gegentemperament rückwärts durchlaufen lässt: »Ich lasse die umgekehrte Rechnung immer von dem entgegengesetzten Temperament ausführen.«[9]

Die vier Grundrechenarten

Addition und Multiplikation bilden zusammen mit den geläufigen Umkehrungen Subtraktion und Division die üblichen vier Grundrechenarten:

Addition Umkehrung: Subtraktion
(Abziehen, das Ergebnis ist der Rest)

Multiplikation Umkehrung: Division
(Verteilen, das Ergebnis ist der Anteil)

Alle vier Rechnungsarten zwingen zu einem stringenten Vorgehen, das zu einem eindeutigen Ergebnis führt. Es ist eine von der Außenwelt aufgerufene Aktivität, die keinerlei Freiheit oder Fantasie zulässt, sondern sich in einem rein mechanischen Ablauf beschränkt. Damit lässt sich bei den Kindern kaum ein gesunder Eigenwille oder echtes seelisches Engagement erwecken. Diese »mechanische Rechenfertigkeit« wird zwar durchaus gebraucht; sie wird also eingeübt und befestigt, muss aber keineswegs den Unterricht einseitig dominieren.

Das Rechnen soll sich an das konkrete Leben anschließen lassen und es sinnfällig wiedergeben; die zu einer Aufgabe passende Rechnung muss den erkannten Zusammenhang spiegeln. Die zielgerichteten Arbeitsschritte der vier Grundrechenarten alleine können aber die Vielfalt der Lebenszusammenhänge nicht vollständig erfassen.

Vergleichendes Rechnen

Damit die Rechenwege eine vorliegende Aufgabe sachgemäßer und zutreffender nachvollziehen können, bilden wir neben der jeweils »echten« (oder aktiven) Umkehrung noch die »passive Umkehrung«. Dabei vergleichen wir jeweils den Anfangs- mit dem Endzustand und entdecken dadurch die Veränderung als Rechenvorgang. Bei Addition und Subtraktion ist dies der Unterschied (oder Differenz), bei Multiplikation und Division suchen wir das Verhältnis auf (Quotient).

Das Bilden von Unterschied bzw. Verhältnis sieht von äußerer Aktivität ab, der Weg zum Ergebnis verläuft nicht mechanisch, weder in einer zeitlichen Folge noch in einer Verkettung von Ursache mit Wirkung. Es müssen vielmehr zwei Größen oder Zustände innerlich aufgerufen werden und während der Rechnung »erinnert« bleiben, bis durch den Vergleich die passende Brücke zwischen den beiden Größen gefunden wurde. Dies ist nur möglich, wenn man sich innerlich selbst dazwischenstellt und sich selbst als Initiator des Brückenschlages erlebt: So wird echtes Interesse geweckt. Der Gleichgewichtssinn, mit dem wir ja beim Rechnen die Stimmigkeit von Gleichungen erspüren, wird so zur seelischen Wachheit erhoben; das anfängliche, noch schwankende innere Abwägen pendelt sich erst dann in die sichere Ruhe ein, wenn der Vergleich mit der richtigen Zahl als befriedendes Ergebnis vollendet ist.

Rechenaufgaben lassen sich damit viel beweglicher schildern, sie lösen sich aus starrer Mechanik, werden freier und lebendiger. Auch Steiner weist in seinen zahlreichen Ausführungen zum Rechnen unermüdlich darauf hin, wie ein vergleichendes Vorgehen dem gewöhnlichen »zielgerichteten« Rechnen vorzuziehen sei.

Addition und Subtraktion

Bei der Addition liegt uns ein Anfangsbestand vor, den wir durch einen Zuwachs hin zur

Summe als Endbestand vergrößern wollen. Der Rechenweg wie auch das Ergebnis ist für alle Schüler zwingend gleich. Es gibt auch genügend Aufgaben aus dem realen Leben, bei denen diese konsequente logische Folgerung sachgemäß ist: »An einen Güterzug mit 14 Waggons werden im Bahnhof weitere 8 angekoppelt. Wie viele Waggons muss die Lok nun ziehen?«

Bei der Subtraktion gehen wir vom Ganzen aus, vermindern es, und uns bleibt der *Rest* übrig; sie ist im übrigen genauso zielgerichtet und eindeutig wie die Addition: »Unsere Klasse bekam 50 neue Rechenhefte, davon wurden 34 an die Schüler ausgeteilt. Wie viele blieben übrig?«

Additive Vergleiche

Sobald wir unseren Blick auf die Veränderung während der Rechnung richten, lösen wir uns aus dem starren Rechenschema. Bei Addition *und* Subtraktion wird die durchgeführte Rechnung durch den *Unterschied* von Anfangszahl und Ergebnis erkennbar. Wir vergleichen die beiden Zahlen (auf der »additiven Rechenstufe«) und finden ihre *Differenz*. Den Rechenvorgang selbst nennen wir »Unterschiedbildung«: »Wie groß ist der *Unterschied zwischen … und …?«* ; das Rechenzeichen bleibt – ungenauerweise – wie beim Abziehen der waagrechte Strich.

Mit aussagekräftigen Namen wie a) »Zugewinn, Vermehrung, Wachstum«, b) »Verlust, Verminderung, Abnahme« lassen sich die unterschiedlichen Aspekte (Addition oder Subtraktion) bildhaft schildern. Die Betrachtung ist für Kinder also nicht neutral, sondern wertend.

»An ihrem Geburtstag stellt sich Carmen wieder vor das Metermaß an der Wand: 132 cm ist sie nun groß. Am letzten Geburtstag hatte sie 125 cm aufgeschrieben. Um wie viel ist sie gewachsen?« (Differenz als Wachstum).

»Zum Schuljahrsanfang wurden im Büro 45 Kreideschachteln als Vorrat in den Schrank gestellt. An Ostern waren davon nur noch 6 übrig. Wie viele wurden entnommen?« (Differenz als Abnahme).

Beide Aufgaben können als Addition bzw. Subtraktion geschildert werden:
»125 und *wie viel* ist 132 ?« bzw: »45 weniger *wie viel* ist 6 ?«

Multiplikation und Division

Wir beginnen mit dem Multiplikand als Ausgangszahl (Einzelportion), vervielfachen mit dem Multiplikator (Anzahl der Portionen) und erreichen als *Produkt* die Gesamtmenge (Vorrat):

a) »Im Apfelhaus sind 5 Kammern, in jeder sitzen zwei Kerne«:
5 x 2 Kerne = 10 Kerne

Der Vorgang wird umgekehrt durch die »echte« Division. Wir teilen den Dividenden (Vorrat oder Ganzes) durch den Divisor (Anzahl der Teile) auf und erhalten die einzelne *Portion* oder den Anteil.[10]

b) »Wer kann 10 Nüsse gerecht an 5 Kinder verteilen?«

Multiplikative Vergleiche

Wir achten nun darauf »wie oft« der Anteil genommen werden muss, um das Ganze zu erhalten oder zu erschöpfen. Mit dieser »Anzahl der Teile« beschreiben wir das *Verhältnis* (= *Quotient*) zwischen Anfangs- und Endwert der Rechnung; wir messen zwei Zahlen miteinander auf der multiplikativen Rechenstufe. Für das Verhältnis bevorzugen wir die bildhaften Namen »Vervielfacher« oder »Teiler«. Den Rechenvorgang selbst nennen wir »Messen« oder »Enthaltensein«: »*Wie oft* ist 2 *in* 10 *enthalten*?«; das Rechenzeichen bleibt wiederum gleich, also ein Doppelpunkt wie beim Teilen.

a) »Wie viele Kammern mit je 2 Kernen haben zusammen 10 Kerne?« (Verhältnis als Vervielfacher).

b) »Wie oft kann man 2 Nüsse aus einem Vorrat von 10 heraus nehmen?« (Verhältnis als Teiler).

Beide Aufgaben können als Multiplikation bzw. Division geschildert werden:

a) »*wie viel* mal 2 ist 10 ?« b) »10 geteilt durch *wie viel* ist 2?«

Rechnen: Zwingende Abfolge oder freie Initiative?

Viele Menschen fühlen sich in ihrer Schulzeit vom Mathematik-Unterricht und den darin zu bearbeitenden Aufgaben in logische Ketten eingezwängt, innerhalb deren mit strengen Regeln eine mechanische Abfolge zu durchlaufen sei. Doch dann ist im Unterricht etwas nicht richtig, denn in kaum einem anderen Fach ist geistige Freiheit intensiver zu erleben als in richtig verstandener Mathematik. Natürlich lässt sich jeder Rechenschritt eindeutig nach richtig oder falsch beurteilen (und nur die richtigen sind erlaubt), aber in der Strategie des Lösungsweges, in der Wahl der Begriffsbildungen, in der Abfolge von Konstruktionsschritten ist immer Entscheidungsfreiheit gefordert oder mindestens möglich. Ohne Eigeninitiative und Fantasie kann mathematische Logik nur begangene Wege überprüfen, aber niemals neue finden.

Die gewünschten Fähigkeiten können aber in einem gesunden Rechenunterricht der Unter- und Mittelstufe wachsen, wenn dort die mathematischen Freiräume vom Lehrer bewusst geschaffen und gestaltet werden. Doch wo lässt sich innerhalb der strengen Grundrechenarten Freiheit entdecken, die doch alles so eindeutig erzwingen, wie die Tatsache: »Zweimal zwei ist vier«! Der Schlüssel zeigt sich beim Blick auf die beiden konträren Denkgesten Synthese und Analyse: »Indem wir … einen gemeinsamen [Ober-] Begriff … bilden, … fassen wir zusammen, da synthetisieren wir. …Wenn … der Mensch nur synthetisieren würde, dann könnte [man] eigentlich kaum von Freiheit sprechen. Denn wie wir da verfahren, schreibt uns eigentlich die äußere Natur gewöhnlich vor. Dagegen liegt allem unserem Tun seelisch eine analytische Tätigkeit zugrunde, und [diese] … bewirkt, dass wir schon im Vorstellungsleben Freiheit entwickeln können.«[11]

Synthetisches und analytisches Vorgehen

Bei der gewöhnlichen Addition und Multiplikation fügen wir aus Teilen ein Ganzes zusammen, wir synthetisieren. Wir werden (bei korrektem, sachgemäßem Vorgehen) in eine eindeutige Rechenfolge genötigt ohne Freiheitsgrade. Bereits beim Subtrahieren und Dividieren gehen wir vom Ganzen zum Teil über und kommen hin zu einem Zergliedern oder Analysieren, dennoch erlaubt auch dies noch keinerlei Freiheiten.

Der erste Schritt zur Freiheit gründet auf Initiative, auf innere Eigenaktivität. Im Rechnen wird diese bei den genannten Vergleichen gefordert, also beim Bilden von Unterschied und Verhältnis. So werden auch unterschiedliche Gesichtspunkte möglich. Dies lässt sich steigern, wenn man vom Ergebnis nach der vorausgegangenen Rechnung zurück fragt: »Welche Rechnung ermöglicht dieses Ergebnis?« Wir analysieren also das Ergebnis gemäß den von uns gewählten Gesichtspunkten.

Dieses Vorgehen ist dem Klassenlehrer vom Beginn des Rechenunterrichtes vertraut, wenn er die Frage stellt: »Was kann die 12 alles sein?« — »8 + 4«; »15 – 3«; »2 x 6« usw.

So könnten die verschiedenen Antworten heißen. Damit entsteht Freiheit und begeisterte Suche, aber dennoch keine Beliebigkeit: Der frei gewählte Lösungsweg will ja aus Einsicht der Sache gerecht werden. Die anfängliche Neugier, was in der Zahl alles darinnen stecken könnte, weckt innere Beteiligung, echtes Interesse. Zahlbegriffe und Rechenwege werden vielfältig differenziert. Steiners analytischer Ansatz meint also nicht ein Aufsplitten in zusammenhanglose Einzelteile oder -schritte, sondern ein sinnvolles Untergliedern, eine sorgfältige Binnendifferenzierung nach eigenen Gesichtspunkten. »Beim Analysieren bin ich in einer völlig freien inneren Tätigkeit. Beim Synthetisieren bin ich von der Außenwelt genötigt. …

Habe ich links die Summe und gliedere dann, so kann ich unter den verschiedensten Gesichtspunkten gliedern. … Das ist so wichtig, dass man diese Freiheit des Willens mit den Kindern entwickelt. … Das Kind hat zunächst die Sehnsucht, analytisch befriedigt zu werden und dann [erst] das Analysierte wieder synthetisch zusammenzufassen.«[12]

Verschiedene Zugänge werden möglich

Mit den verschiedenen Blickwinkeln, die das eben geschilderte »Vergleichende Rechnen« und »Analysierende Vorgehen« eröffnet, kann sich der Lehrer aus dem starren Schema der vier Grundrechenarten befreien. Statt der bisher vier Grundtypen, bei denen sich der Rechenablauf eindeutig und zielgerichtet ergibt, erreichen wir eine Vielfalt von möglichen Fragestellungen. Diese erlauben einen größeren Freiraum für lebensnahe Aufgaben in einer reicheren Palette von seelischen Färbungen.

Dankbar können Lehrer und Schüler erleben, wie das Rechnen damit seine zwanghaften Schemata verliert und das Ergebnis sich nicht mehr ausschließlich »digital« mit richtig oder falsch beurteilen lässt. Stattdessen werden verschiedene Wege und unterschiedliche Ergebnisse möglich, die dennoch in richtigem Zusammenhang stehen.

Die Kenntnis von Unterschieden und Verwandtschaften innerhalb der Grundrechenarten bereichert und befruchtet den Unterricht wesentlich. Sie schärft den Blick des Lehrers dafür, wie Kinder rechnend den Zahlenraum und seine Struktur verstehen und ordnen lernen. Dem Lehrer ermöglicht diese gewonnene Übersicht, sich mit größerer Beweglichkeit auf die verschiedenen Zugangsmöglichkeiten der einzelnen Kinder einzustellen. Sie ebnet auch Wege zum Verständnis dafür, wie das Rechnen auf die Temperamentsfärbungen der Kinder Rücksicht nehmen kann.

Verschiedene Affinitäten

Sucht man nun selbst nach Hinweisen, die eine Verbindung aus der seelischen Gestimmtheit zu einer Rechenart nahe legen, so kann man Steiners Zuordnungen durchaus nachvollziehen. Allerdings scheinen bei Sanguinik und Cholerik zwei gegenteilige Zuordnungen möglich zu sein:

1)	Phlegma:	»Sammeln, Anhäufen«, endlos weiter dazufügen: *Addition*
2)	Melancholik:	Leiden am (vermeintlich) geringen Eigenwert, Mitempfindung für Verluste: *Subtraktion*
3a)	Sanguinik:	leichten Sinnes vermehren bis hin zur Fantastik: *Multiplikation*
oder 3b)		frohen Herzens verschenken, zuversichtlich verteilen: *Division*
4a)	Cholerik:	»Kurz und klein schlagen« (Bruchrechnen): *Division*
oder 4b)		Vervielfältigen der Kraft und Wirkung: *Multiplikation*

Für die zunächst widersprüchlich erscheinenden Varianten 3b und 4b gibt es durchaus Brücken, welche die beiden Rechnungsarten sinnvoll verbinden – jeweils unter dem Gesichtspunkt des betreffenden Temperaments:

– der Sanguiniker kann durch Division eine (große) Vielzahl von (kleinen) Portionen erreichen – bis hin zur vermeintlichen Vermehrung bei $10 : {}^{1}/_{2} = 20$.
– der Choleriker kann bei der Division den Dividenden in Einzelfaktoren zerlegen – bis hin zu den Primfaktoren, aus denen er die Ausgangszahl als Produkt aufbaut.

Die vier Grundrechenarten konnten wir um viele Blickwinkel bereichern bis hin zu der Möglichkeit, dass zu einem »Ergebnis« (Summe, Differenz, Produkt, Quotient) durch freies Kombinieren zwei Zahlen als passende Rechenpartner gesucht werden durften. Gerade mit diesem Rechenweg (gewissermaßen vom Ziel aus zurück zu den Verursachern) erscheint die in den »Seminarbesprechungen« vorgeschlagene Wahl der Rechenaufgaben für die verschiedenen Temperaments-Gruppen als besonders stimmig. Die Kinder werden in ihren Fähigkeiten aufgerufen, bestärkt und trotzdem aus ihrer Einseitigkeit gelöst. Auch die vermeintliche Zweideutigkeit in der oben angeführten Zuordnung löst sich damit auf.

Zuordnung von Temperamenten und Rechenarten

1) Dem phlegmatischen Temperament gibt man die Summe vor und lässt sie in Summanden aufgliedern. Die Neigung zur uferlosen Ansammlung wird begrenzt und auf eine sorgsame Binnendifferenzierung gelenkt.[13]
   Phlegma: »27 *sind 12 + 7 + 3 + 5*«.
   Die phlegmatische Befähigung zum Ordnen und Pflegen einer (An-)Sammlung lässt

sich im Rechnen einsetzen als additives Analysieren (Gliedern) eines Ganzen. Das betreffende Kind lernt auf diese Weise das »Innenleben« der Zahlen kennen und findet damit auch zu den anderen Rechnungsarten (z.B. die Differenz als additive Ergänzung oder die Division als Aufgliederung in gleiche Summanden).

2) Den Blick des Melancholikers lenkt man vom verbliebenen Rest auf die Differenz zum genannten Anfangsbestand. Er bleibt dann nicht beim (kläglichen) Überrest stehen, sondern begibt sich selbst zwischen Anfangs- und Endzustand und vergleicht. Seine feine Wahrnehmungsfähigkeit für Unterschiede wird steigernd eingesetzt.[14]
Melancholik: »8 *weniger 5* sind 3«.
Von der ursprünglichen Subtraktion führt also der Weg mittels Vergleich (auf der additiven Rechenstufe) zur Differenz.

3) Dem Sanguiniker gibt man das Produkt vor und fragt ihn, wie oft darin eine bestimmte Portion enthalten ist. Mit diesem Vergleich bestimmt der Sanguiniker die Verhältnisse zwischen Faktoren und Produkt; so werden seine merkurialen Fähigkeiten (seine Beweglichkeit) aufgerufen, aber seine Flüchtigkeit begrenzt, weil ihm das Ziel (das Produkt als Ganzes) gesteckt ist.[15]
Sanguinik: »In 56 ist 8 *siebenmal enthalten*«.
Von der ursprünglichen Multiplikation führt der Weg zur Verhältnisbildung, durch einen Vergleich (auf der multiplikativen Rechenstufe) wird der Quotient bestimmt.

4) Des Cholerikers Stärke ermöglicht ihm, auch Widersprüchliches zu bündeln. Gleichzeitig befähigt ihn seine innere Kraft zur schwersten Rechenart, der Division. Möglicherweise unterliegt er aber der Gefahr, dass er beim Teilen das ursprüngliche Ganze zerstört und die Verbindung der Teile untereinander nicht mehr sieht. Ihm gibt man daher das Ergebnis der Division und dazu den Divisor als Anzahl der Teile, woraus er auf den Dividenden als übergeordnetes Ganzes schließen soll. So kann er seine konträren Fähigkeiten steigern, in dem er Dinge strukturiert (analysiert) und zu einem gegliederten Ganzen zusammensetzt (synthetisiert).[16]
Er vermag damit die Faktoren eines Produktes zu erkennen; dies führt ihn zu »gesicherten« Divisionen (sie gehen »gerecht« auf) und nicht zu früh »in die Brüche«.
Cholerik: »*In 56* sind 8 siebenmal enthalten«.
Von der Division wird der Choleriker also dazu geführt, ein Produkt zusammenzusetzen, er soll also multiplikativ synthetisieren.

Schränkt man die Betrachtung der Grundrechenarten auf die Unterscheidung von Rechenebene (additiv oder multiplikativ) und Vorgehensweise (synthetisch oder analytisch) ein, so lassen sich die Temperamente und Rechenarten leichter und schlüssiger aufeinander beziehen. Auch die Polarität der Gegentemperamente wird darin besonders deutlich:

Sanguinik
Multiplikation

Quotient
als multiplikativer Vergleich
{Subtraktion: Rest}

Phlegma	Temperament	***Cholerik***
Addition	affine Rechenart	Division
von der Summe zu den Teilen	Rechenweg/-Ziel	von den Teilen zum Produkt
additiv analytisch	-Ansatz	multiplikativ synthetisch
{Division: Anteil bzw.Quote}	*{Gegenbewegung}*	*{Addition: Summe}*

Melancholik
Subtraktion
Differenz
als additiver Vergleich
{Multiplikation: Produkt}

Gegentemperament: Umkehr der Rechnung!

Im übrigen wird allen Gruppen Beweglichkeit abverlangt, indem sie die Aufgabe des jeweiligen Gegentemperamentes als umgekehrte Rechnung ausführen sollen.

Die von Steiner angegebene »umgekehrte Rechnung« führt von der Cholerik (»In 56 sind 8 siebenmal enthalten«: *multiplikativ synthetisch*) zum Phlegma: gewöhnliche Division *(multiplikativ analytisch)*. Dabei gelangt man durch Aufteilen (Zergliedern) des Dividenden in die Teile: »56 geteilt durch 7 ergibt 8«.

Dies ist nun aber die Reinform der »cholerischen« Rechnungsart, von der ja der Choleriker sachte weggeführt wurde. Wenn es dem Phlegmatiker gelingt, sich zu dieser Rechenart hinzuwenden, erfährt er zugleich eine wesentliche seelische Bereicherung. Seine Fähigkeit zur geduldigen (additiven) Einordnung gewinnt die Kraft, alle Teile gleich zu ordnen und zu überschauen; er erweckt in sich die Empfindung, dass er nicht immer wohlig im alten Trott weitermachen will und den Wunsch, dies selbst zu ändern.

Die Entsprechung zum Phlegma (»27 sind 12 + 7 + 3 + 5«: *additiv analytische Zerlegung einer Summe*) bildet die umgekehrte Rechnung bei der Cholerik: gewöhnliche Addition *(additiv synthetisch)*. Hier sollen die Einzelsummanden in der Summe zusammengefasst werden: »5 und 3 und 7 und 12 sind 27«.

An dieser eigentlich erzphlegmatischen Rechnungsart mag der eher großzügige Choleriker die gewissenhafte Ausdauer eines verlässlichen Buchhalters schätzen lernen. Er spürt, dass es Dinge im Leben gibt, bei denen man genauer hinsehen muss und sich auch Geduld lohnen kann.

Unklar erscheinen Steiners Angaben zu den gegenseitigen Polaritäten Sanguinik – Melancholik. Die angeführten Beispiele zu den umgekehrten Rechnungsarten sind darin nicht ausreichend präzise dargestellt; der mitstenographierte Text[17] trennt nicht genau zwischen »Unterschied bilden« und »Abziehen«, ebenso wenig zwischen »Enthaltensein« und »Teilen«. Die betreffenden Textstellen sind weder vollständig noch eindeutig genug, um konsequent schlüssig zu werden.

Ohne die problematischen Stellen in Steiners Text anzuzweifeln, gelangen Ernst Schuberth[18] durchaus sinnige Begründungen dazu; doch auch damit scheinen nicht alle Bedenken abschließend ausgeräumt.

Dem Sanguiniker war zunächst aufgetragen, den Vorrat von 56 Holunderkügelchen in Häufchen von je 8 Kügelchen einzuteilen, er sucht also, wie viel mal 8 Kügelchen in 56 enthalten sind. Steiners Forderung: »Nun lasse ich die Rechnung zurückmachen von dem melancholischen Kinde«[19] ließe bei einem zur Polarität Phlegma – Cholerik entsprechenden Vorgehen erwarten, dass nun der Weg von der Aufteilung zum Produkt[20] zurückgeht. Die Umkehrung führt also von der Sanguinik (siebenmal 8 sind 56) zur Melancholik: gewöhnliche Multiplikation »sieben mal 8 sind 56«.

Für den Melancholiker war das Unterschiedbilden empfohlen worden; deswegen gab man ihm den verbliebenen Rest vor und fragte ihn nach der Differenz, die zu ihm führt. Als Umkehrung sucht nun das Gegentemperament diesen Rest durch aktives Wegnehmen auf.[21] Die Polarität heißt also Melancholik (Unterschiedbilden: »8 – *5* = 3«), Sanguinik: gewöhnliche Subtraktion »8 – 5 = *3*«.

Kindgemäßes Rechnen

Trotz (oder wegen?) der offenen Fragen bleibt es interessant und fruchtbar, sich mit den Beziehungen zwischen den Temperamenten und den Rechenarten zu beschäftigen. Der Rechenunterricht lässt sich damit seelisch bereichern und kommt den Kindern mehr entgegen. Auch wird der Lehrer dadurch zu einer verstärkten Wahrnehmung und Aufmerksamkeit gelangen. Er wird entdecken, wie er den verschiedenen Kindern »ihren Zugang« zum Rechnen gemäß ihrer Neigung erleichtern kann, wenn er die temperamentsmäßigen Beziehungen zum Rechnen berücksichtigt.

Im Sinne jeder Temperaments-Erziehung gilt aber auch hier, dass die Stärken des anderen Temperaments ebenfalls zu erüben sind, um die eigene Einseitigkeit zu überwinden. Diesem Anliegen dient die jeweils genannte »Umkehr« der Rechnungsart für das jeweilige Gegentemperament. Da alle Kinder – gleich welchen Temperaments – am Ende auch alle Rechenarten beherrschen sollen, muss sich die »arbeitsteilige Aneignung« mit der Einführung der schriftlichen Rechenschemata (mit Stellenschreibweise) in eine allgemeine Kompetenz der Kinder für alle Rechenarten wandeln.

In diesem Sinne wird der Lehrer in den beiden ersten Schuljahren alle Kinder für alle Aufgabentypen begeistern wollen. Dazu führt er bereits während der ersten Rechenepoche innerhalb des Zahlenraumes 1 – 20 die vier Grundrechenarten ein.

Für die Einfärbung nach den Temperaments-Stimmungen steht jeweils die einführende Rechengeschichte zur Verfügung, die in Stimmführung und Bildwahl – ähnlich wie beim Märchenerzählen – sich den verschiedenen Kindergruppen zuwendet.

Direkte Ansprache erfahren die einzelnen Gruppierungen vor allem im mündlichen Arbeitsteil und im wiederholenden Kopfrechnen, zunächst bevorzugt in der für »ihr« Temperament stimmigen Rechenart. Nach der ersten Eingewöhnung können dann am besten die Sanguiniker und die Choleriker als erste an die Umkehrrechnungen ihres Gegentemperamentes geführt werden; mit der ihnen eigenen Beweglichkeit bzw. Stärke sind sie dieser Konfrontation am ehesten gewachsen. Etwas mehr Geduld wird dem Phlegma für seine erste Division eingeräumt, und auch der Melancholik gebührt ein sachtes Geleit in das Reich der vervielfältigenden Multiplikation.

Möglicherweise erfährt der Klassenlehrer durch unerwartete Reaktionen oder Affinitäten, dass seine bisherige Einschätzung der Temperamentszuordnung zu korrigieren oder zu ergänzen ist. Dann wäre durch seine erhöhte Aufmerksamkeit auf die Temperamentsstimmungen der Rechenarten auch für ihn selbst ein weiterer Zugewinn erwachsen beim Blick auf die Konstitution seiner Kinder!

Zum Autor: Adolf Fischer, Jahrgang 1946, verheiratet, fünf Kinder; nach Feinmechaniker-Lehre Studium der Mathematik und Physik in Tübingen; Oberstufenlehrer an der Waldorfschule Ulm; Mitbegründer der Waldorfschule am Illerblick in Ulm als Geschäftsführer und Klassenlehrer. Mitarbeit in der Lehrer-Fortbildung mit Vorträgen, Seminarkursen und Unterrichtsmaterial.

Anmerkungen:

1 Dargestellt in verschiedenen Vorträgen, z.B. »Die zwölf Sinne des Menschen« (22.7.1921) in: »Menschenwesen, Weltenseele und Weltengeist«, GA 206, Dornach [2]1991
2 R. Steiner: »Die Erneuerung der pädagogisch-didaktischen Kunst durch Geisteswissenschaft«, GA 301, Dornach [4]1991, S.152
3 R. Steiner: »Erziehungskunst. Methodisch-Didaktisches«, GA 294, Dornach [6]1990
4 R. Steiner: »Erziehungskunst. Seminarbesprechungen und Lehrplanvorträge«, GA 295, Dornach [4]1984, S.43
5 Gemeint ist der Dividend als Produkt aus »Quote« und Divisor, siehe unten Anm. 10
6 GA 295 (s.o. Anm. 4), S. 43
7 Eine ausführliche Darstellung dazu findet sich bei Ernst Bindel: Das Rechnen, Stuttgart [4]1996; ebenfalls empfehlenswert zu diesem Thema ist der Aufsatz von Hartwig Schiller: »Die Bedeutung der Autorität für die moralische Bildung« in: Moralische Erziehung (hg. v. E.-M. Kranich), Stuttgart 1994
8 GA 295, S. 13
9 GA 295, S. 42
10 Das Ergebnis der Division wird üblicherweise »Quotient« genannt, sachgemäß wäre jedoch »Quote«. Wir bevorzugen hier den bildhaften Begriff »Portion = Anteil« und benutzen »Quotient« nur in dessen wörtlicher Bedeutung als: »wie oft?«, wir stellen ihn also dem Multiplikator beim Malnehmen gleich.
11 GA 301, S. 153
12 GA 301, S. 153
13 GA 295, S. 41
14 GA 295, S. 42
15 GA 295, S. 42
16 GA 295, S. 42
17 Das Originalstenogramm von Hedda Hummel fehlt; die von ihr selbst angefertigte Übertragung in Klarschrift ist die einzige Textvorlage, auf deren Grundlage die (gleichlautendende) Buchausgabe erstellt wurde. Nach Auskunft der Verwaltung des Rudolf-Steiner-Archivs in Dornach (Michel Schweizer) sind keine weiteren Mit- oder Nachschriften bekannt. Im übrigen wurde die
Problematik der Stenogramm-Nachschriften und die Schwierigkeiten bei möglichen oder nötigen

Korrekturen von Ulla Trapp im »Goetheanum« (Dornach 2002; Nr.13-25 / 24.3. bis 12.5.2002) ausführlich thematisiert.

18 Ernst Schuberth: »Der Anfangsunterricht in der Mathematik in der Waldorfschule«, Stuttgart, 1993; S. 44

19 In Steiners Text heißt es dann im Anschluss »… und sage: ›Nun will ich aber nicht untersuchen, wie oft die 8 enthalten ist in den 56, sondern wie oft ist die 7 enthalten in 56?…‹ Ich lasse die umgekehrte Rechnung immer vom entgegengesetzten Temperament ausführen« (GA 295, S. 42).

Aus der Aufgabe des Sanguinikers: »In 56 ist 8 *siebenmal* enthalten« würde also für den Melancholiker folgen: »In 56 ist 7 *achtmal* enthalten«. Das bedeutet aber beides Mal dieselbe Rechnungsart »Enthaltensein«, und der Gegensatz entsteht durch Austausch der beiden Zahlen. Ernst Schuberth (»Der Anfangsunterricht …«, S. 44) deutet diesen Vorgang als »Umstrukturierung«, mit der die Aufgabe des Sangunikers vom Melancholiker anders betrachtet und als polare Rechenmöglichkeit aufgefasst werden könnte. Zu einem solcherart abwägend-gedanklichen Vorgehen wäre auch nur der feinfühlig betrachtende Melancholiker fähig, aber wohl kaum in der fraglichen Alterstufe (Klasse 1-2).

20 Das hier favorisierte Produkt würde dann auch mit dem bildhaft nachvollziehbaren Tausch »Multiplikator gegen Multiplikand« die von Schuberth genannte Umstrukturierung leichter ermöglichen.

21 Auch hier können dem Leser durchaus Zweifel am Text verbleiben.

Nack, der Choleriker. Zeichnung von Frieder Nögge