Peter Burkowitz

Der unendlichferne Punkt als Phänomen

Protokoll eines Epochenbeginns in der 12. Klasse

Was ist ein Punkt? Eine solche Frage löst zunächst Verwunderung aus. Jeder weiß schließlich, was ein Punkt ist. Was soll darüber schon gesagt werden? Die Antworten kommen dann doch, etwa so: »Ein Punkt ist etwas, was keine Länge und Breite hat«, oder »ein Punkt ist unendlich klein«, oder »ein Punkt ist die Stelle, wo sich zwei Geraden schneiden«. Und eine Gerade, bitteschön, was ist eine Gerade? – So ähnlich könnte es beginnen – das Gespräch über die Elemente der Geometrie. Was zunächst ganz klar erscheint, ist in Wirklichkeit gar nicht so klar. Der Punkt an der Tafel ist nämlich ein »Kreideberg«, also alles andere als ein Punkt. Natürlich läßt sich dieser Berg verkleinern, aber solange noch Kreide da ist, ist es eben ein Berg und kein Punkt. Am Ende bleibt der Punkt als ein substanzloses Etwas an der leeren Tafel zurück – der Punkt ist eine Idee, etwas Unsichtbares.

Und die oben erwähnte Gerade? Sie ist die Verbindung zweier Punkte, und zwar die kürzeste. Oder: Sie geht durch die beiden Punkte hindurch. Aber die Gerade an der Tafel ist auch wieder keine Gerade, eher ist sie eine Art Kammgebirge aus Kreide. Wieder wird die Kreide abgetragen, zuerst in der Höhe, dann in der Breite. Schließlich hat doch jemand gesagt, die Gerade habe nur Länge, aber keine Breite und keine Höhe. Am Ende geht es der Geraden nicht anders als dem Punkt: Es bleibt nichts Sichtbares zurück.

Der Ansatz zur Epoche »Projektive Geometrie«

Die eben geschilderten Überlegungen stellen für die Schüler einer 12. Klasse nichts Neues dar. Es gab zuvor viele Gelegenheiten zu solchen Betrachtungen, zum Beispiel in der Epoche »Kegelschnitte« in der 9. Klasse. Am Ende der Oberstufe gewinnt aber die Auseinandersetzung mit den Grundphänomenen der Geometrie eine neue Qualität. Die Grenze zwischen Vorstellbarem und Denkbarem wird bewußter erlebt und verbalisiert, das gedankliche Überschreiten dieser Grenze bekommt ein besonderes Gewicht. In dieser Situation stellt sich die Frage, wie denn der Einstieg in die Epoche »Projektive Geometrie« vonstatten gehen soll. Es geht vor allem um die Erarbeitung der

Grenzelemente von Gerade, Ebene und Raum. Der Weg dorthin liegt ja bereits hinter jener Grenze!

Mein Ansatz geht von den erwähnten Grundelementen Punkt, Gerade und Ebene im Raum aus. Diese Grundelemente werden zueinander in Beziehung gesetzt – das Ergebnis sind die sieben Grundgebilde der Projektiven Geometrie. Das ist die synthetische Methode. Auf diesen sieben Grundgebilden wird alles weitere aufgebaut. Ein anderer Weg führt aus dem perspektivischen Erleben im Anschauungsraum heraus zu den Elementen, beispielsweise durch Betrachtung der berühmten herunterbrennenden Kerze, deren Licht durch eine Öffnung auf eine Projektionsfläche fällt. Diesen Weg könnte man als analytische Methode bezeichnen. Ich habe mich für den ersten Weg entschieden, weil es mir wichtig erscheint, sich möglichst von Anfang an losgelöst von der Anschauung zu bewegen, möglichst frühzeitig Vertrauen darein zu gewinnen, daß das Denken auch jenseits der erwähnten Grenze noch etwas taugt.

Der Gedanke als Phänomen

In den »Grundlinien einer Erkenntnistheorie« drückt Rudolf Steiner es so aus: *»Wir fassen den Gedanken a und den Gedanken b und geben denselben Gelegenheit, in eine gesetzmäßige Verbindung einzugehen, indem wir sie miteinander in Wechselwirkung bringen. Nicht unsere subjektive Organisation ist es, die diesen Zusammenhang von a und b in einer gewissen Weise bestimmt, sondern der Inhalt von a und b ist das allein Bestimmende (…) Unser Geist vollzieht die Zusammensetzung der Gedankenmassen nur nach Maßgabe ihres Inhaltes«.* Auf dem Weg zum Objektiven ist das natürlich Leitgedanke jeglichen Unterrichtes in der Oberstufe. In den Naturwissenschaften und in der Mathematik wird dieses »Zusammensetzen der Gedankenmassen« erlebbar, wenn wir, ausgehend von bestimmten Beobachtungen (Erfahrungen), die Frage nach dem Gesetzmäßigen stellen. In der Mathematik, vor allem aber in der Geometrie, findet dies auf einer noch höheren Stufe statt: Die Objekte, mit denen wir es zu tun haben, sind bereits Gedanken, und um deren innere Beziehung geht es. Die Aufgabe, die jetzt gestellt ist, lautet also folgendermaßen: Wie schaffen wir die Gelegenheit, *»daß sich der Gedankeninhalt seiner eigenen Natur gemäß entfalten kann«*, daß dieser Gedankeninhalt uns als Phänomen entgegentreten kann?

Die erste Stunde

Es beginnt, wie gesagt, mit einer Betrachtung zu den Grundelementen Punkt, Gerade und Ebene und ihren gegenseitigen Beziehungen. Das ist der eine Teil. Der andere Teil ist handwerklicher Art. Es wird etwas gezeichnet, die erste

Konstruktion wird angelegt. Die Erklärungen dazu beschränken sich auf das Wie, alles weitere wird vertagt.

Welche Beziehungen lassen sich zwischen den Grundelementen herstellen? Von den drei verschiedenen Standorten Punkt, Gerade und Ebene im Raum wird zu den jeweils anderen Elementen geschaut. Dabei entstehen folgende Formulierungen:

- Zwei Punkte legen eine Gerade fest.
- Drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, legen eine Ebene fest.
- Zwei Geraden, die in einer Ebene liegen und *die nicht zueinander parallel sind,* legen einen Punkt fest.
- Zwei Geraden, die durch einen Punkt gehen, legen eine Ebene fest.
- Drei Ebenen, die nicht durch eine Gerade gehen *und die nicht zueinander parallel sind*, legen einen Punkt fest.
- Zwei Ebenen, *die nicht zueinander parallel sind*, legen eine Gerade fest.

Hier wird jedes Element durch das andere erklärt – im Sinne von Festlegen. Wer sich in diese Gebilde hineinversenkt, wird sich Vorstellungen machen, Bilder, die die Zusammenhänge veranschaulichen. Das zunächst Verwirrende der Aussagen entheddert sich. Es braucht eben eine gewisse Zeit, bis es gelingt, sich z. B. den Punkt als Schnittpunkt dreier Ebenen vorzustellen. Die Schüler begreifen schnell die Eigentümlichkeit der Formulierungen, wenn einmal eine Vorlage gegeben worden ist, und es ist ihnen ein Anliegen, daß ihre Einwände auch deutlich angeschrieben werden (hier kursiv gedruckt). An dieser Stelle kann bereits eine Diskussion losbrechen zum Thema »parallel«. Gut so! Aber man lasse sich nicht dazu verleiten, hier zu lange zu verharren – wichtig ist, daß alles ausgesprochen werden kann und in den weiteren Gang der Epoche einbezogen wird.

Der nächste Schritt ist die Aufstellung der sieben Grundgebilde im Raum, es sind:

1. Ein Punkt ist Träger einer unendlichen Anzahl von Geraden:
   Strahlenbündel.
2. Ein Punkt ist Träger einer unendlichen Anzahl von Ebenen:
   Ebenenbündel.
3. Eine Gerade ist Träger einer unendlichen Anzahl von Punkten:
   Punktreihe.
4 Eine Gerade ist Träger einer unendlichen Anzahl von Ebenen:
   Ebenenbüschel.
5. Eine Ebene ist Träger einer unendlichen Anzahl von Punkten:
   Punktfeld.
6. Eine Ebene ist Träger einer unendlichen Anzahl von Geraden:
   Strahlenfeld.

Eine Sonderrolle spielt das 7. Element. Es ist der Punkt in der Ebene:

7. Ein Punkt in der Ebene ist Träger einer unendlichen Anzahl von Strahlen: *Strahlenbüschel.*

Einige der Elemente werden durch kleine »Modelle« an der Tafel veranschaulicht. Dabei gibt es natürlich wieder Probleme: *Wie kann eine Gerade Träger von Punkten sein und dabei eine Ausdehnung haben, wenn die Punkte doch selbst keine besitzen? …*

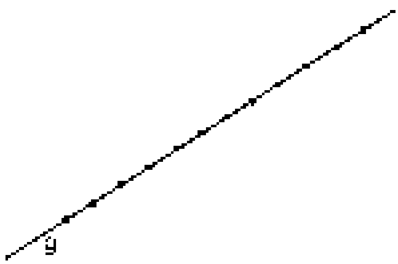

Bild 1:
Die Gerade als Träger einer unendlichen Anzahl von Punkten

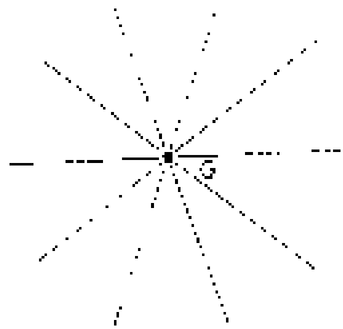

Bild 2:
Der Punkt als Träger einer unendlichen Anzahl von Geraden

Im 2. Teil der Stunde wird gezeichnet. Auf einem DIN-A4-Blatt werden fünf Punkte festgelegt. Es ist eine etwa kreis- oder ellipsenförmige Anordnung. Die Punkte heißen U, V, Z, Zg und Zh. Zwei Strahlen werden durch Z, Zg und Zh gezogen, so daß ein »Indianerzelt« entsteht. Die Aufgabe besteht darin, die Strahlen der beiden Büschel U und V einander zuzuordnen.

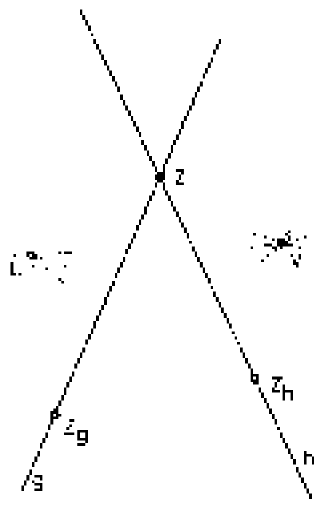

Bild 3:
Projektive Zuordnung zweier Strahlenbüschel U und V (Grundfigur).

Hierzu wird eine Arbeitsanleitung gegeben, ohne weitere Erklärung. Zuerst werden die Punkte Zh und U, dann Zg und V miteinander verbunden, der Schnittpunkt wird als Strahlenbüschel S markiert. S ist der Mittler zwischen U und V. Nun beginnt die eigentliche Konstruktion: *Ein Strahl des Büschels U wird herausgegriffen* (indem zwischen Zg und Zh hindurchgezielt wird), *dieser*

Strahl legt einen Punkt der Punktreihe g fest. Der Verbindungsstrahl dieses Punktes mit S wiederum legt einen Punkt der Punktreihe h fest. Dieser Punkt bestimmt einen Strahl des Büschels V, der dem ersten Strahl durch U zugeordnet ist. Der Schnittpunkt dieser beiden Strahlen wird markiert. Das wäre z. B. der Punkt 1 in Bild 4.

Der Strahl des Büschels U ist gewissermaßen der Initiator des Zuordnungsvorganges; er wird jetzt langsam weiter gedreht, im Uhrzeigersinn, so daß eine »gebogene« Punktreihe entsteht. Die Punkte laufen über Punkt 2 auf Zh zu. Die Schüler haben die Zuordnungsvorschrift schnell verstanden – sie funktioniert sozusagen als »Getriebe«, schematisch ausgedrückt:

U – g – S – h – V

Das ist eine *projektive Zuordnung*. Auch die Punkte Zg und Zh selbst gehören zu der gekrümmten Punktreihe, wie sich leicht feststellen läßt. Einige haben den Strahl natürlich schon weiter gedreht und sind z. B. beim Punkt 3 gelandet oder bei der Feststellung: »*Weiter geht's bei mir nicht.*« Die Stunde endet mit einer kurzen Betrachtung zum weiteren Gang der Konstruktion. Was geschieht, wenn der Strahl durch U ganz herum gedreht wird? Das herauszufinden wird als Hausaufgabe gestellt.

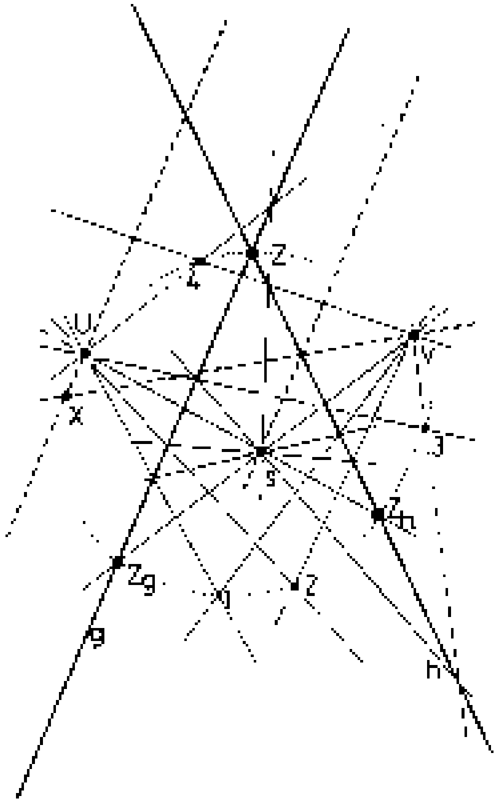

Bild 4: Projektive Zuordnung zweier Strahlenbüschel U und V (Ausführung).

Die zweite Stunde

Die zweite Stunde beginnt mit einem Rückblick auf die sieben Grundelemente, ein erster Schritt in Richtung auf die Dualität im Raum und in der Ebene wird getan. Durch Austauschen bestimmter Begriffe (Punkt wird zu Ebene und umgekehrt, »gehen durch« wird zu »liegen auf« und umgekehrt) entstehen andere Sätze in der gleichen Aufstellung. Es korrespondieren miteinander die Sätze 1 und 6, 2 und 4 sowie 3 und 5. Die entsprechenden Sätze werden markiert, auf die hervorgehobenen Einschränkungen wird hingewiesen. Weiter wird das Thema nicht vertieft, denn in dieser Stunde steht das Tun im Vordergrund.

Welche Erfahrungen gab es bei der Fertigstellung der Konstruktion zuhause? Erstens: Die gebogene Punktreihe bricht unterhalb von U ab, setzt aber oberhalb dieses Punktes wieder ein, z. B. Punkt 4, läuft über Z (gehört dazu), bricht oberhalb von V wieder ab, um dann so etwa bei Punkt 3 wieder einzusetzen. Zweitens: Das Ganze scheint eine Kurve zu sein, z. B. eine Ellipse, aber eben mit »Löchern«. U und V liegen mitten drin! Drittens: Wenn die Zeichenfläche größer wäre, könnte man vielleicht zeigen, daß auch U und V selbst Bestandteile der vermuteten Kurve sind … Das wird jetzt geklärt, und zwar ohne das Papier zu vergrößern: Man denke sich einen Strahl direkt von U nach V gezogen. Jetzt läuft die ganze Zuordnung ab, und am Ende ist ein Strahl durch V zu ziehen. Da der »Initiatorstrahl« von U schon durch V geht, konstruiert sich das Büschel V sozusagen selbst als Kurvenpunkt.

Damit wäre bewiesen, daß es in den »Löchern« doch Kurvenpunkte gibt. Gibt es etwa noch mehr? *Ja, denn wenn ich einen Strahl genau parallel zu g durch U ziehe, dann müßte der entsprechende Strahl durch S doch auch parallel zu g sein. Der wiederum schneidet h usw. Das ergibt einen weiteren Punkt!* Diese Wortmeldung löst erst Erstaunen, dann Widerspruch aus. *Der zu g parallele Strahl durch U* (in Bild 4 gestrichelt) *schneidet g doch gar nicht, dann kann es auch keinen zugeordneten Strahl durch S geben … der Punkt ist nicht legal.* Wir führen die Konstruktion aus, das Resultat ist der Punkt X in Bild 4. An dieser Stelle kann es sein, daß die Frage aufgeworfen wird, ob ein »unlogisches« Vorgehen zu richtigen Ergebnissen führen kann. Denn einerseits: Der Punkt 4 liegt nicht irgendwo, sondern genau da, wo er hingehört, und andererseits: Er wurde auf verbotene Weise erzeugt, nämlich ohne einen Schnittpunkt auf g. Die Frage bleibt offen – abschließend wird auf ähnlich »unlogische Weise« ein Punkt in dem »Loch« um V erzeugt. (Das ist V selbst, in Bild 4!)

Zur weiteren Klärung des Sachverhaltes wird nun die zweite Konstruktionsaufgabe gestellt. Das »Indianerzelt« mit den fünf Punkten wird kopiert, und es werden Kurvenpunkte *nur* zwischen Zg und Zh erzeugt. Eine Wiederholung. Jetzt werden die Elemente U, Zg, Zh, V und Z zyklisch vertauscht, jeder Punkt rückt z. B. im Uhrzeigersinn eine Position weiter. U rückt vor auf Z, heißt dann U′, Z rückt auf V, heißt dann Z′ usw. Dann muß natürlich auch das Indianerzelt neu aufgestellt werden, es liegt nun auf der Seite mit der Öffnung nach links, der Giebel ist Z′, der ehemalige Punkt V. Das klingt verwirrend, ist es aber nur im ersten Moment. Wird die Zeichenebene gedreht, dann steht das Zelt immer aufrecht, und man kann von der gewohnten

Form ausgehen. Jetzt werden wieder Kurvenpunkte konstruiert, und zwar *nur* zwischen Zg' und Zh', ehemals U und Zg. Der Sinn wird sofort klar: Jetzt entstehen die Punkte genau dort, wo vorher das »Loch« war und wo der fragwürdige Punkt X liegt. Die zyklische Vertauschung soll als Hausaufgabe weitergeführt werden, einmal »ganz rum«.[1]

Die dritte Stunde

Die dritte Stunde beginnt mit einer Betrachtung zum Thema Dualität im Raum bzw. in der Ebene. Ein Strahlenbüschel wird einer Punktreihe gegenübergestellt, Zuordnungen werden geschaffen. Ein erster Versuch zur Formulierung eines Textes wird gestartet. Wie sieht die dazu duale Figur aus, läßt sie sich aus dem dualisierten Text erzeugen? Ich gehe auf diesen Teil der Stunde später ein, daher jetzt nur die Andeutungen.

Es geht weiter mit Bild 4 bzw. dem daraus durch zyklische Vertauschung der Elemente entwickelten vollständigen Kegelschnitt. Inzwischen ist klar, daß die Kurve keine Lücken hat. Eine Frage wird gestellt: *Käme die gleiche Kurve heraus, wenn einer der Gerüstpunkte (oder mehrere) auf einen selbsterzeugten Kurvenpunkt gelegt wird?* Es wird ausprobiert, es klappt. Das läßt sich mit geringem Aufwand zeigen. *Dann ist es also egal, von welchen Punkten U, V usw. ausgegangen wird, wie das »Zelt« aufgestellt wird?* Es ist! Diese Frage wurde sicherheitshalber gestellt – als Vorbereitung auf einen ganz wesentlichen Beitrag. Sinngemäß: *Dann kann ich die Elemente doch immer so legen, daß jedem Punkt der Punktreihe die Rolle von Punkt X zukommt. Also, entweder ist X ein ganz normaler Punkt und damit legal, oder er ist nicht legal – dann müssen aber alle Punkte der Kurve verbotene Punkte sein. Dann gibt es die ganze Kurve nicht.*

Solch eine Äußerung kann ziemlich einschlagen. Spürbar wird jetzt, daß unser Tun »am seidenen Faden« hängt. Es drängt immer mehr nach einer Klärung. Wenn ein zu g paralleler Strahl durch U gezogen wird: gibt es dann eine Zuordnung zum Büschel S oder nicht? Offenbar funktioniert es, aber dann müßte es doch auch im Unendlichen einen gemeinsamen Punkt zwischen diesem Strahl und g geben, *den unendlichfernen Punkt auf g*. Seit dem Auftreten des Punktes X in Bild 4 steht diese Frage im Raum – oder besser: in der Zeichenebene. Schließlich führt das Schema U – g – S – h – V nur über dieses Fernelement zu X.

Um in dieser Frage weiterzukommen, werden jetzt die zu Beginn der Stunde angesprochenen Zuordnungen aufgegriffen. Es handelt sich um sog. *per-*

1 Bei der zyklischen Vertauschung ist natürlich jeweils ein neuer Punkt S zu konstruieren, wie oben beschrieben.

spektive Zuordnungen, die Bestandteil der Zuordnung von Bild 4 sind. Bild 5 zeigt die perspektive Zuordnung zweier Strahlenbüschel über eine Punktreihe; Bild 6 das dazu duale Gebilde.

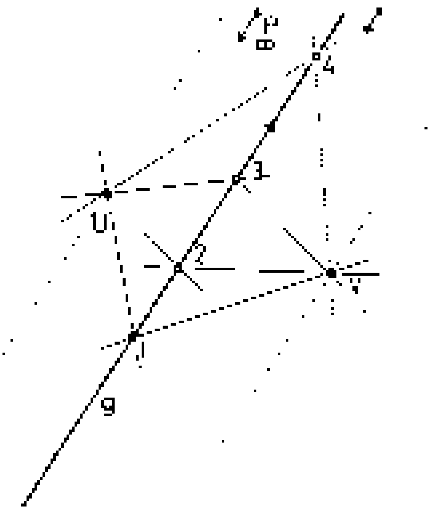

Bild 5:
Perspektive Zuordnung zweier Strahlenbüschel U und V über eine Punktreihe g.

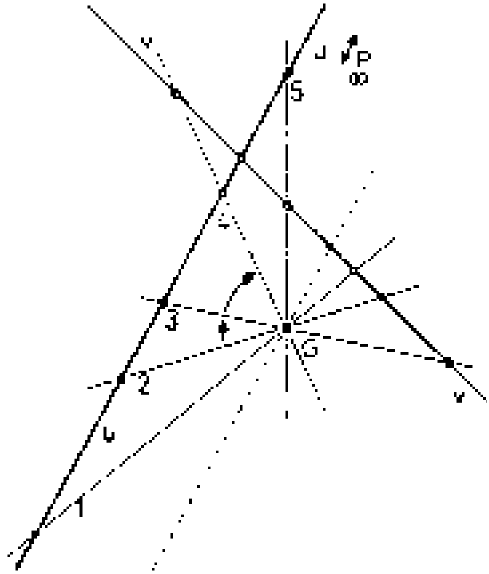

Bild 6:
Perspektive Zuordnung zweier Punktreihen u und v über ein Strahlenbüschel G.

Werden zwei Strahlenbüschel U und V über eine Punktreihe g einander zugeordnet, so spricht man von perspektiver Zuordnung. Jeder Punkt auf g ist Schnittpunkt zweier Strahlen von U und V.

Einem Strahl von U (parallel zu g, gestrichelt) ist kein Punkt auf g zugeordnet.

Werden zwei Punktreihen u und v über ein Strahlenbüschel G einander zugeordnet, so spricht man von perspektiver Zuordnung. Jeder Strahl durch G ist Verbindungslinie zweier Punkte auf u und v.

Einem Punkt auf u (?...?) ist kein Strahl durch G zugeordnet.

Wir sprechen zunächst über die Beobachtungen an diesen Figuren. Sie lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Jedes der Grundgebilde Punktreihe und Strahlenbüschel stellt eine unendliche Menge dar.
- Das Strahlenbüschel ist Träger einer unendlichen Anzahl von Geraden; die Punktreihe ist Träger einer unendlichen Anzahl von Punkten.

- Elemente von Mengen lassen sich einander zuordnen, nach den Regeln von Verbinden und Schneiden.
- *Dann müßte in Bild 5 das Strahlenbüschel U um ein Element mächtiger sein als die Punktreihe, denn ein Strahl von U besitzt kein zugeordnetes Element auf g.*
- *Von welchem Punkt ist eigentlich in der Bildunterschrift zu Bild 6 die Rede? Wie sollte ein Punkt der Reihe u keinem Strahl durch G zugeordnet werden können?*

Wie lassen sich alle diese Widersprüchlichkeiten, Einschränkungen und »unlogischen Sachen« unter einen Hut bringen? Bevor es jetzt für diese Betrachtung in die Schlußrunde geht, noch ein Hinweis zu dem Thema Kegelschnittkonstruktionen. Das Resultat des Verbindens und Schneidens in Bild 4 ist eine Punktreihe zweiter Ordnung, die dann zur Parabel und zur Hyperbel weiterentwickelt wird. Interessant ist das dazu duale Gebilde: Es sind die Kegelschnitte, eingehüllt von ihren Tangenten. Das sind die Strahlenbüschel zweiter Ordnung.

Die Grenzelemente

Kann es eigentlich verschieden mächtige unendliche Mengen geben? Ist es denkbar, daß eine unendliche Menge *ein* Element mehr hat als die andere, ebenfalls unendliche Menge? *Nein, denn könnte sie es, dann wäre sie nicht mehr unendlich,* so lautet ein Argument in der Debatte, die in der folgenden Stunde einsetzt. Unsere Zuordnung ist also nicht perfekt, nicht vollständig, nicht umkehrbar. Gäbe es den gestrichelten »Parallelstrahl« durch U zu g in Bild 5 nicht, wäre alles gut. Es gibt ihn aber.

Die Bildunterschriften von Bild 5 und 6 tragen die inzwischen gewohnten Einschränkungen – aber was bedeutet nun die von Bild 6 eigentlich? Bislang sind wir davon ausgegangen, daß sich *jedem* Punkt von g ein Strahl von U zuordnen läßt. Angenommen, die Aussage wäre richtig: Das würde bedeuten, daß zwei Punkte eben nicht (immer) durch einen Strahl miteinander zu verbinden sind. Das können wir verwerfen. Angenommen, die Aussage wäre falsch, dann müßte es diesen Verbindungsstrahl geben – das könnte nur die in Bild 6 gestrichelte Linie sein. Es bleibt nichts anderes übrig, als eine Entscheidung zugunsten der zweiten Möglichkeit zu fällen. Dann wäre aber auch die Einschränkung unter Bild 5 hinfällig, denn dort war ja gerade davon die Rede, daß eine solche Zuordnung nicht möglich ist. Die Dualisierung führt zu einem Widerspruch in sich. Jetzt wird festgestellt:

- *Jedem* Strahl des Büschels U ist ein Punkt auf g zugeordnet.
- *Jedem* Punkt der Punktreihe g ist ein Strahl des Büschels U zugeordnet.

- Da *ein* Strahl von U (der zu g parallele) keinen Schnittpunkt auf g im Endlichen erzeugt, liegt dessen zugeordneter Punkt im Unendlichen.
- Dieser »neue« Punkt auf g heißt der *unendlichferne Punkt von g.*

Mit diesen Aussagen verschwinden viele Widersprüche und Einschränkungen – bis hin zum Anfang der Epoche. Bei weiterem Durchdenken der Zusammenhänge entstehen neue Schlußfolgerungen:

- Jede Gerade besitzt einen unendlichfernen Punkt.
- Eine Ebene (Strahlenfeld) besitzt unendlich viele unendlich ferne Punkte.
- Die unendlichfernen Punkte der Ebene bilden die unendlich ferne Gerade.
- Die unendlichfernen Geraden des Raumes bilden die unendlichferne Ebene.

Einer solchen Zusammenstellung gehen lebhafte Gespräche voraus. Auch ein solch »harmloser« Satz wie:

- Der Verbindungsstrahl zweier unendlichferner Punkte ist die unendlichferne Gerade …

  … ist Ergebnis heftiger Diskussion. Und *warum hat eine Gerade nicht zwei unendlichferne Punkte? Wo liegt eigentlich dieser Punkt, links oder rechts? Ich kann mir das alles nicht vorstellen, das ist doch unlogisch …* Das Ringen hört nicht auf, es erzeugt bei allem Tun eine ungeheure Wachheit, die ich für positiv halte.

Die jetzt zur Verfügung stehenden Elemente sind die *Grenzelemente von Gerade, Ebene und Raum.* Sie ermöglichen es uns, alle Widersprüche und »Unstetigkeiten« zu beseitigen. Zwei zueinander parallele Geraden schneiden sich in deren unendlichfernem Punkt; zwei zueinander parallele Ebenen schneiden sich in deren unendlichfernen Geraden. Also: der Punkt X in Bild 4 ist erlaubt, es gibt ihn wirklich.

Ausblick …

Der unendlichferne Punkt und alles, was daraus folgt, ist hier natürlich nicht bewiesen. Die Frage lautete: Wie schaffen wir Gelegenheit, *daß sich der Gedankeninhalt seiner eigenen Natur gemäß entfalten kann*? Diese Gelegenheit war da, die Gedanken sind ordentlich in Bewegung geraten. Am Ende haben wir uns entschlossen, das, was uns immer wieder als Phänomen entgegenkam, zu benennen. Wir mußten es willentlich setzen und konnten erleben, wie sich das Gedankengebäude rundete. Das Engagement der Schülerinnen und Schüler zeigt, wie groß das Bedürfnis ist, einerseits zu erkennen, andererseits zu gestalten – als Architekten an einem solchen Gedankengebäude.