Die individuellen Lernpotenziale der Schüler nutzen!

Große Klassen und zunehmend individuelleres Schülerverhalten – wer wüsste davon kein Lied zu singen! Schnell ist dann in fachlicher Hinsicht die Rede von Über- bzw. Unterforderung der Schüler. Über- bzw. Unterforderung lassen sich jedoch auch unter dem Gesichtspunkt des individuellen Lernpotenzials der Schüler (im gesamten Lernprozess) betrachten. Das Lernpotenzial oder (Er-)Lernen meint im engeren Sinn das Erfassen, Handhaben und Weiterentwickeln von Inhalten. In diesem Sinn ist das Lernpotenzial stark vom aktuellen Fähigkeiten- und Fertigkeitenstand sowie der persönlichen Lerngeschwindigkeit bestimmt. Hieraus entstehen persönliche Lernbedürfnisse der Schüler.

Vergleicht man das Lernbedürfnis von Schülern, denen das Erlernen eines Unterrichts- oder Lerninhalts schwer fällt, mit dem von Schülern, denen das Lernen leicht fällt, ergeben sich erhebliche Unterschiede.

Allein der Gesichtspunkt »des Übens, der Wiederholungen, der Routineübungen« verdeutlicht die Bedeutung der Lernbedürfnisse und der Lernpotenziale. Die einen Schüler brauchen für ein Verständnis der Inhalte viel Übung und Wiederholung. Die anderen hingegen brauchen in dieser Hinsicht wenig – bis fast gar nichts. Sie fühlen sich angesprochen bei komplexeren Aufgabenstellungen, Anwendungen, analytischen Tätigkeiten, persönlichen Bewertungen und kreativem Umgang mit den Inhalten. Die Problematik der Über- und der Unterforderung gewinnt zunehmend an Brisanz. Das bewusste Berücksichtigen dieser unterschiedlichen individuellen

Lernbedürfnisse bei unterschiedlichem Lernpotenzial[1]

niedriges Lernpotenzial (Lernen fällt schwer)	hohes Lernpotenzial (Lernen fällt leicht)
geringe Lerngeschwindigkeit	hohe Lerngeschwindigkeit
kleiner Lernschritte	große Lernschritte und -sprünge
immer das gleiche Erklärungsmodell	verschiedene Erklärungsmodelle sind möglich und zudem anregend
gleichbleibende "Muster-" Aufgaben	eigenen Rechenwege findend
viel Routineübungen	keine Routineübungen
kaum selbständiges Weiterentwickeln möglich	selbständiges Weiterentwickeln ist möglich und wird dringend gewünscht
Gefahr der fachlichen Überforderung, einsetzende Mutlosigkeit führt zum Aussteigen aus dem Lernprozess	Gefahr der fachlichen Unterforderung, einsetzende Langeweile führt zum Aussteigen aus dem Lernprozess

1 aus: Rothe, F. (2004): Lernen Individualisieren - Begabungen fördern. Salzburg: Selbstverlag

Lernpotenziale kann zu einem interessanten Unterricht für *alle* führen. Sowohl Über- als auch Unterforderungssituationen lassen sich gezielt vermeiden (bzw. eingrenzen).
Im Folgenden wird anhand einer konkreten Aufgabe aus dem Bruchrechnen aufgezeigt, wie das individuelle Lernpotenzial der Schüler in der Mathematik berücksichtigt werden kann. Hierzu gibt es drei Kriterien:

– Es gibt ein eindeutiges deklariertes Unterrichtsziel. So ist ein grundlegendes Anforderungsniveau vorgegeben. In dem Beispiel ist dies die Wiederholung des Addierens von Brüchen.
– Zahlreiche/vielfältige explizit und implizit verborgene Vertiefungsaspekte sind in den Aufgaben enthalten.
– Die Aufgaben weisen ein steigendes Anforderungsprofil auf.

Die angesprochenen Vertiefungsaspekte sind der prinzipiell offene Anteil des Unterrichts; er ist nicht vorhersagbar – weder was die Motivation einzelner Schüler noch was den Inhalt betrifft. Die Grundeinstellung für den Lehrer ist dabei, dass die Schüler selbst die Aufgaben »sehen« und entsprechend ihrem Niveau auswählen. Die Frage nach der Anstrengung rangiert für die Schüler dabei deutlich hinter derjenigen nach dem Interesse. Diese Grundhaltung bedeutet für den Lehrer auch, Schüler nicht auf bestimmte »Routineübungen« festzulegen, sondern sie in ihrem eigenen – oft schnelleren – Lern- und Arbeitstempo vorgehen zu lassen. »Langweilige Routineübungen« dürfen ausgelassen werden! Eine besondere Bedeutung kommt dem kreativen Umgang mit Mathematik zu, da bei diesem Erkennen und Handeln sich zu einer Einheit verbinden.
Und nun sollten Sie einen Stift zur Hand nehmen und das Übungsblatt »Addieren von Brüchen« selber bearbeiten. Bei welchen Aufgaben »fühlen Sie sich so richtig zu Hause«? So lernen Sie ihr eigenes mathematisches Lernpotenzial selber ein bisschen kennen. Sie können die Schüler in deren Lernpotenzial besser verstehen. Schauen Sie vorher noch schnell einmal die Regeln für das Addieren von Brüchen nach! Das ist wichtig, bevor Sie sich an das Übungsblatt begeben.

Addieren von Brüchen

Addiere die Brüche:

1. $=$
2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$
3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$
4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} =$
5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} =$
6. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} =$
7. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} =$
8. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \ldots =$
9. $\frac{1}{2} + \ldots =$

II. Wie müsste die 15. Rechnung bei Aufgabe I. aussehen? Berechne (Extrablatt)!

III. Wie könnte bei Aufgabe I. die 1. »Rechnung« aussehen? Ergänze sie!

IV a) Wie müsste »im Prinzip« bei Aufgabe I. die 100. Rechnung aussehen? Versuche sie aufzuschreiben. Erläutere deinen Versuch (Extrablatt)!
b) Kannst du die 100. Rechnung vielleicht sogar ausrechnen?

V. Betrachte die Ergebnisse bei Aufgabe I. Was fällt dir auf? Beschreibe! Vermute! Begründe!

VI. Überlege dir mehrere ähnliche Aufgaben (-gruppen) wie Aufgabe I. Inwiefern sind deine Aufgaben ähnlich? Worin unterscheiden sie sich? Wähle dir eine interessante Aufgabe aus und bearbeite diese.

Vertiefungsmöglichkeiten

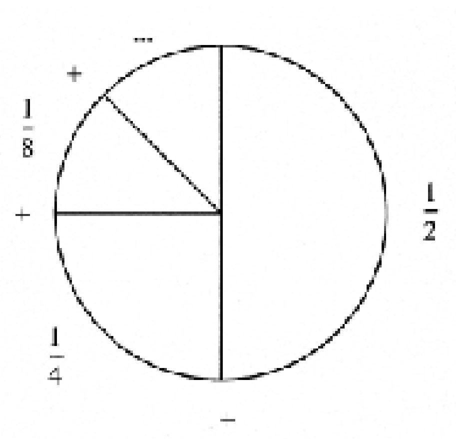
Als primäres (fachbezogenes) Unterrrichtsziel geht es um die Wiederholung des Addierens von Brüchen. Hier liegt der Schwerpunkt im Handeln (= üben, trainieren, festigen von Rechenmethoden). An dieser Stelle kommen Schüler auf ihre Kosten, die viel Routineübungen benötigen.
Aber das Übungsblatt enthält zahlreiche – sozusagen implizite – Möglichkeiten, über dieses Grundziel hinauszugehen. Die Schüler können dies entsprechend ihren individuellen Fähigkeiten bemerken und aufgreifen. Sei es in einem Erkennen von Zusammenhängen, welches aus der Rechenpraxis entsteht, oder in der Umsetzung des bereits Erkannten in eine weitere Tätigkeit. Durch den kreativen Aufgabenanteil am Ende des Blattes werden mathematisches Handeln und Denken in verstärktem Maße auf die Stufe der Selbstaktivität gehoben.

Bildegesetze

Fachlich wird das Addieren von Brüchen behandelt. Hauptnenner bilden und erweitern werden als Rechenfertigkeit trainiert. Hier steht das mathematische Handeln im Vordergrund. Aber schon während des Rechnens können die Schüler verschiedene Rechen-Tricks bemerken. Haben Sie einen Trick bemerkt?
Neben seiner reinen Rechentätigkeit wird der Schüler durch die rhytmische Wiederholung angeregt, das Bildegesetz der Aufgaben zu erkennen. Hier werden in selbstverständlicher Weise analytische Denkfähigkeiten mitgeübt. Die Ergebnisse als Brüche betrachtet, geben Anlass zu einigen Beobachtungen und Vermutungen. Und beachten Sie bitte: Alles, was die Schüler an dieser Stelle beobachtet haben und nun nennen, ist wichtig und richtig. Ohne diese Lehrergrundhaltung werden die Schüler Ihnen bei einem neuen Arbeitsblatt wahrscheinlich keine oder keine ehrlichen Beobachtungen mehr nennen. Was haben Sie beobachtet?

- Der Nenner des Ergebnisses ist immer gleich dem Nenner des letzten Summanden.
- Der Zähler des Ergebnisses ist immer genau um Eins kleiner als sein Nenner.

Und wenn Sie an den Wert des Bruches denken, so ist dieser nie größer als Eins. Sicher? Aber sieht es nicht darüber hinaus so aus, als würden die Ergebnisse im Laufe der Rechnungen sich immer mehr der Zahl Eins nähern? Versuchen Sie doch einmal, diese Vermutung nur mit Hilfe der Ergebnisbrüche zu begründen.
Haben Sie es herausbekommen? Es gibt einen sehr eleganten geometrischen Beweis. Gehen Sie dabei von einem ganzen Kreis aus. Erkennen Sie ihn in der Skizze?



Das Umrechnen von Brüchen in Dezimalzahlen bietet sich als zusätzliche Wiederholung an. Dadurch erscheint die Annäherung der Ergebnisse an 1 unter einem besonders anschaulichen Blickwinkel. Die beständige Annäherung an die Zahl 1 drückt sich durch zunehmend mehr 9er direkt hinter dem Komma aus.

Probleme lösen – Strategien

Jüngere Kinder lieben oftmals Rätsel. Es ist einfach die Freude am tätigen Herausbekommen dessen, was dahintersteckt. Bei mathematischen Problemen kann es dieselbe Lust beim Lösen sein. Lösungen fallen jedoch nicht einfach vom Himmel. Novalis schrieb: »Die intuitive Methode ist die systematische!« Den Schülern müssen »Werkzeuge« zum Finden von Lösungen an die Hand gegeben werden. In diesem Arbeitsblatt sind zwei solcher Werkzeuge verborgen.

(a) Tabellen: Das eine ist das übersichtliche Anlegen von Tabellen. Das ganze Arbeitsblatt ist äußerlich so strukturiert, dass die Aufgabenstellungen eine erste Spalte links vom Gleichheitszeichen und die Ergebnisse eine zweite Spalte rechts vom Gleichheitszeichen bilden. Tabellen strukturieren äußerlich die Inhalte, setzen Gewichtungen, schaffen Übersicht. Diese äußere Struktur regt die innere Struktur des Denkens an.

(b) Wiederholung und Invarianz: »Wenn es Wiederholung gibt, dann suche nach dem Unveränderlichen (= Invarianten) in all den Wiederholungen.« Dieses Prinzip wenden die Schüler beispielsweise automatisch an, wenn sie die Ergebnisse nicht jeweils neu berechnen, sondern einfach mit der Hilfe des vorherigen Ergebnisses vorgehen. Denn immer taucht in einer Rechnung das Ergebnis der vorherigen Aufgabe auf und wird lediglich um einen Summanden ergänzt.

Wichtig ist der Umgang mit solchen Lösungsstrategien. Inwiefern man sie mit Schülern bereits bespricht, ist eine sehr spezielle – von den individuellen Fähigkeiten jedes einzelnen Schülers abhängige – Frage.

Kreative Aufgabenstellungen

Nr. VI auf dem Aufgabenblatt führt den Schüler direkt über den einfachen Rahmen von »Aufgabe und Lösung« hinaus. Die Aufgabe besitzt offene und kreative Anteile. Es gilt die (zuvor) erkannten Gesetzmäßigkeiten ihrerseits in eine neue Aufgabe zu kleiden. In dieser erschaffenden Tätigkeit fallen Erkennen und Handeln zusammen.

(a) Der Hinweis auf mehrere Aufgabenmöglichkeiten soll die Phantasie in ihrer Vielfalt steigern.

(b) Unterschiede und Ähnlichkeiten benennen zu können ist eine Voraussetzung, um nicht in eine Beliebigkeit der Aufgabenstellungen abzugleiten – mit dem Ziel, den Bezug zu der zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeit sachgemäß zu wahren.

(c) Der Gesichtspunkt, eine besonders interessante Aufgabe herauszugreifen und zu lösen, führt wieder in die konkrete Rechentätigkeit zurück. Allerdings in eine vom Schüler selbsterschaffene!

Welche ähnlichen Aufgaben fallen Ihnen denn selber ein?

Eine ausführliche Fassung des Artikels sowie Mathematikmaterialien, welche die (math.) Lernpotenziale berücksichtigen, finden Sie unter der Internetadresse: